

## Ones

1. La funció d'una ona harmònica que es propaga transversalment per una corda és  $y(x,t) = (0.25 \text{ m}) \sin(50x - 1000t + \pi)$ , on  $x$  s'expressa en metres i  $t$  en segons.
  - a) Quina és la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència?
  - b) Quant val el desplaçament de la corda en un punt situat a 10 cm de l'origen de coordenades a l'instant  $t = 10 \text{ ms}$ ?
2. Una ona harmònica transversal de 4 m d'amplitud es propaga per una corda de dreta a esquerra amb una velocitat de 10 m/s. Si la longitud d'ona és de 20 m, trobeu la funció d'ona i la velocitat transversal màxima en qualsevol punt de la corda.
3. Les següents funcions d'ona representen ones en moviment:
  - a)  $y_1(x,t) = A \cos[k(x + 34 t)]$
  - b)  $y_2(x,t) = B \exp(-k(x - 20 t)^2)$
  - c)  $y_3(x,t) = C / [D + k(x - 10 t)^2]$on  $x$  s'expressa en metres,  $t$  en segons i  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  i  $k$  son constants amb les unitats apropiades per que  $y$  resulti en metres. Determineu la direcció de propagació i la velocitat de l'ona en cada cas.
4. Una ona harmònica està caracteritzada per la funció d'ones  $y(x,t) = 0.4 \sin(25 x + 50 t)$ , on  $x$  i  $y$  s'expressen en centímetres, i  $t$  en segons.
  - a) Quina es la distància mínima en un instant de temps donat entre dos punts amb una diferència de fase de  $50^\circ$ ?
  - b) Quina es la diferència de fase en un cert punt en un interval de temps de 0.1 segons?
  - c) Quina es la diferència de fase en un instant de temps entre dos punts separats 20 centímetres?
5. L'oïda humana pot percebre ones sonores amb freqüències compreses entre els 20 i 20000 Hz. Si la velocitat del so a l'aire es de 343 m/s, calculeu les longituds d'ona corresponents a aquests extrems. És possible percebre un so amb una longitud d'ona de 25 mil·límetres?
6. Una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada de 50 MHz de freqüència es propaga pel buit segons el sentit positiu de l'eix  $x$ . Si el vector amplitud del camp elèctric és  $(3000 \text{ N/C})\mathbf{j}$ , determineu:
  - a) El període, la longitud i el nombre d'ona.
  - b) L'amplitud del vector camp magnètic.
7. Un camp elèctric sinusoidal, de direcció paral·lela a l'eix  $y$ , es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix  $z$ . La seva freqüència és de 250 MHz i té un valor màxim de 4 V/m. Determineu:
  - a) La longitud d'ona, el període, el nombre d'ones i la freqüència angular,
  - b) L'expressió del camp elèctric  $\mathbf{E}(z,t)$ .
  - c) L'expressió del camp magnètic,  $\mathbf{B}(z,t)$ .
  - d) Els valors mitjans de la densitat d'energia i la intensitat de l'ona.

8. Una ona electromagnètica harmònica plana de 10 m de longitud d'ona es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix  $y$ . Se sap que el camp elèctric està orientat segons la direcció  $z$  i que la intensitat mitjana de l'ona és de  $0.2 \text{ W/m}^2$ . Calculeu

- Els camps elèctric i magnètic en funció del temps.
- La potència incident en una superfície circular de radi 0.4 m perpendicular a l'eix  $y$ .

9. Una emissora de ràdio emet uniformement en totes direccions, amb una potència mitjana de 100 kW. Considerant l'aproximació d'ona harmònica, calculeu les amplituds dels camps elèctric i magnètic a les següents distàncies: a) 100 m, b) 1 km i c) 10 km.

10. Determineu la longitud d'ona de

- una ona de ràdio AM típica de 1000 kHz,
- una ona de ràdio FM típica de 100 MHz,
- un raig X de  $10^{19}$  Hz.

Determineu la freqüència de

- una microona de 3 cm.
- l'espectre visible si el de longituds d'ona visibles va de 400 a 700 nm.

11. La intensitat de la llum del sol que incideix sobre la part superior de l'atmosfera terrestre s'anomena constant solar i val  $1.35 \text{ kW/m}^2$ . Calculeu:

- El valor eficaç del camp elèctric i del camp magnètic deguts al Sol en aquesta regió.
- La potència mitjana emesa pel Sol.

Dades: Distància Sol-Terra =  $1.49 \times 10^{11}$  m.

12. Un satèl·lit de comunicacions (S) situat en una òrbita a 36000 km d'alçada respecte la superfície terrestre emet ones electromagnètiques linealment polaritzades de freqüència  $11.2 \times 10^9$  Hz. La potència mitjana d'emissió és de 12 kW que es reparteix sobre una zona de la Terra de superfície  $9 \times 10^6 \text{ km}^2$ , que pot considerar-se plana i on és perfectament vàlida l'aproximació d'ones planes. Calculeu la intensitat mitjana de l'ona electromagnètica que arriba a una antena parabòlica (A) situada a la superfície de la Terra i la potència total mitjana que capta aquesta antena si el seu diàmetre és de 80 cm.

13. Una emissora de ràdio emet uniformement en totes direccions amb una potència mitjana de 10 kW. Disposem d'un receptor capaç de sintonitzar bé els senyals que li arriben quan aquests tenen una intensitat mitjana superior a  $10^{-6} \text{ W/m}^2$ .

- Quina és la distància màxima entre l'emissora i el receptor a la qual podem sintonitzar l'emissora?
- Quina es la intensitat mitjana a una distància de 5 km de l'emissora?

14. Un feix de llum no polaritzada amb una intensitat de  $6 \text{ W/m}^2$  es propaga en la direcció de l'eix  $z$ .

- Aquesta llum incideix sobre una làmina polaritzadora que té el seu eix de transmissió (també anomenat de polarització) en la direcció  $x$ , és a dir, que només deixa passar llum amb el camp elèctric en aquesta direcció. Quina és la intensitat de la llum polaritzada que surt de la làmina?
- A continuació, la llum emergent (la que surt de la làmina) incideix sobre una segona làmina polaritzadora l'eix de la qual forma un angle de  $30^\circ$  amb l'eix  $x$ . Quin percentatge de la intensitat inicial travessarà les dues làmines?

15. Disposem de quatre làmines polaritzadores situades paral·lelament l'una a continuació de l'altra de manera que l'eix de transmissió d'una forma un angle de  $25^\circ$  amb l'eix de l'anterior. Si un feix de llum no polaritzada incideix perpendicularment sobre les làmines, quina fracció de la intensitat de la llum travessarà les quatre làmines?

16. Una ona electromagnètica plana, harmònica i linealment polaritzada es propaga en el buit en sentit negatiu de l'eix  $x$ . L'amplitud del camp elèctric és  $\mathbf{E}_0 = (2 \text{ V/m}) \mathbf{j}$  i la longitud d'ona és de 600 nm. També sabem que a l'instant  $t = 0$  el punt  $x = 0$  presenta un màxim del camp elèctric. Determineu:

a) L'expressió del camp elèctric.

b) El valor mig de la intensitat de l'ona.

c) La freqüència i la longitud d'ona quan aquesta es propaga per un vidre d'índex de refracció  $n = 1.5$ .

17. Quina és la velocitat de la llum a l'aigua ( $n = 1.333$ )? Tenint en compte que quan una ona passa d'un medi a un altre la seva freqüència no varia, quina és la longitud d'ona a l'aigua d'un feix monocromàtic de llum vermella que a l'aire té una longitud d'ona de 700 nm? Un nedador sota l'aigua veurà el mateix color o un de diferent?

18. Calculeu l'angle de refracció d'un feix de llum que incideix des de l'aire sobre la superfície d'un vidre ( $n = 1.5$ ) amb un angle de a)  $20^\circ$ , b)  $30^\circ$ , c)  $45^\circ$ , d)  $60^\circ$ .

19. Un dipòsit cilíndric totalment ple d'aigua ( $n = 1.333$ ), obert per la seva part superior, té un diàmetre de 3 m. Quan els raigs de sol formen un angle de  $30^\circ$  amb l'horitzontal la llum deixa d'il·luminar el fons del dipòsit. Quina és l'alçada del dipòsit?

20. Quin és l'angle crític per a la reflexió total interna de la llum des de l'aigua en una superfície aigua-aire?

21. A les fibres òptiques és essencial que la llum que es propaga pel nucli es reflecteixi totalment en la separació nucli-recobriment. Suposem que tenim una fibra amb nucli de quars d'índex de refracció 1.46 i un recobriment d'índex 1.4454.

a) Calculeu l'angle crític per tal que es produeixi l'esmentada reflexió total interna.

b) A l'entrada de la fibra, quin serà l'angle màxim que podrà formar un raig de llum amb l'eix de la fibra per tal que, un cop dins de la fibra, reboti totalment en les parets interiors?

22. Un cable de comunicacions rectilini de fibra òptica de 50 km està format per un nucli de quars amb un índex de refracció 1.46 i una capa envoltant de quars dopat amb  $\text{B}_2\text{O}_3$  d'índex 1.457.

a) Quin és l'angle crític?

b) Si les reflexions totals internes es fan totes amb un angle de  $87^\circ$  i el diàmetre del nucli és de 100  $\mu\text{m}$ , quin és el nombre de reflexions que hi ha en el cable?

23. Suposeu que tenim dues fonts coherents que emeten ones electromagnètiques en fase, amb el mateix vector amplitud (de mòdul  $E_0 = 1 \text{ V/m}$ ) i amb una longitud d'ona de 1 m. Digueu quina serà l'amplitud de l'ona resultant en un punt que es troba a les següents distàncies de les fonts 1 i 2, respectivament:

a) 20 m i 21 m

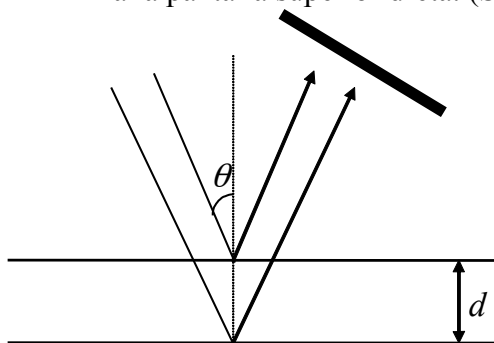
b) 21 m i 21.5 m

c) 22 m i 22.25 m

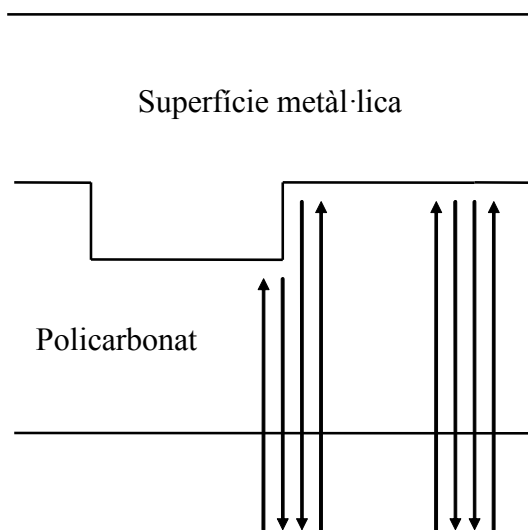
(Considereu que les ones són planes i que, per tant, la seva amplitud no varia amb la distància. Considereu també que les dues ones es troben polaritzades en la mateixa direcció.)

24. Repetiu el problema anterior suposant ara que les fonts també són coherents però emeten en oposició de fase (diferència de fase de  $180^\circ$ )

25. La figura següent representa un interferòmetre format per dos miralls, el superior semitransparent (deixa passar una part de la llum que incideix sobre seu). Si la distància entre ells és  $d$  i l'angle d'incidència és  $\theta$ , trobeu quines són les condicions per tal d'observar un màxim o un mínim a la pantalla superior dreta. (Suposeu ones planes).



26. La profunditat dels forats de la superfície metàl·lica d'un CD-ROM és de  $0.11 \mu\text{m}$ . Aquesta superfície es troba recoberta de policarbonat ( $n = 1.55$ ) de tal manera que quan la llum es reflecteix en una part plana hi ha interferència constructiva i quan ho fa en un esglaó hi ha interferència destructiva (vegeu la figura). Els dos estats de la llum reflectida s'interpreten com els dos bits. Quina ha de ser la freqüència del làser utilitzat per a la lectura?



27. Un làser d'heli-neó emet llum de longitud d'ona  $632,8 \text{ nm}$  i té una potència de  $4 \text{ mW}$ . Quants fotons per segon emet?

28. Un pols d'un làser de rubí té una potència mitjana de  $10 \text{ MW}$  i persisteix  $1.5 \text{ ns}$ . Si la longitud d'ona és  $694.3 \text{ nm}$  a) Quina és l'energia total del pols? b) Quants fotons s'emeten en un pols?

**Solucions dels problemes d'ones**

1. a) 20 m/s, 0.126 m, 159 Hz ; b) -0.24 m
2.  $y(x,t) = (4 \text{ m}) \sin(0.314x+3.14t)$  i 12.56 m/s
3. a) sentit negatiu segons l'eix  $x$ ,  $v = 34 \text{ m/s}$   
b) sentit positiu de l'eix  $x$ ,  $v = 20 \text{ m/s}$   
c) sentit positiu de l'eix  $x$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$
4. a) 0.035 cm ; b) 5 rad ; c) 3.62 rad
5. 17.15 m i 17.15 mm. Sí.
6. a) 20 ns, 6 m i  $1.05 \text{ m}^{-1}$  ; b)  $(10^{-5} \text{ T}) \mathbf{k}$  ;
7. a) 1.2 m, 4 ns,  $5.24 \text{ m}^{-1}$ ,  $1.57 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  ;  
b)  $(4 \text{ V/m}) \sin[5.24z - (1.57 \times 10^9)t] \mathbf{j}$  ( $t$  en segons i  $z$  en metres) ;  
c)  $(1.33 \times 10^{-8} \text{ T}) \sin[5.24z - (1.57 \times 10^9)t] (-\mathbf{i})$ , ( $t$  en segons i  $z$  en metres) ;  
d)  $7.08 \times 10^{-11} \text{ J/m}^3$  i  $2.12 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2$
8. a)  $\mathbf{E}(y,t) = (12.3 \text{ V/m}) \sin[0.63y - (1.88 \times 10^8)t] \mathbf{k}$ , on  $t$  és en segons i  $y$  en metres,  
 $\mathbf{B}(y,t) = (4.1 \times 10^{-8} \text{ T}) \sin[0.63y - (1.88 \times 10^8)t] \mathbf{i}$  ;  
b) 0.1 W.
9. a) 24.5 V/m i  $8.17 \times 10^{-8} \text{ T}$  ; b) 2.45 V/m i  $8.17 \times 10^{-9} \text{ T}$  ;  
c) 0.245 V/m i  $8.17 \times 10^{-10} \text{ T}$
10. a) 300 m ; b) 3 m ; c)  $3 \times 10^{-11} \text{ m}$  ; d) 10 GHz ;  
e) entre  $4.3 \times 10^{14} \text{ Hz}$  i  $7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$
11. a) 713 V/m i  $2.38 \times 10^{-6} \text{ T}$  ; b)  $3.8 \times 10^{26} \text{ W}$
12.  $1.33 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$ ,  $6.7 \times 10^{-10} \text{ W}$ .
13. a) 28.2 km ; b)  $3.2 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$
14. a)  $3 \text{ W/m}^2$  ; b) 37.5%
15. 0.277
16. a)  $\mathbf{E}(x,t) = (2 \text{ V/m}) \cos[2\pi(5 \times 10^{14}t + x/6 \times 10^{-7})] \mathbf{j}$  ;  
b)  $5.3 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$  ; c)  $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ , 400 nm
17.  $2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$ , 526 nm i veurà el mateix color
18. a)  $13.2^\circ$  ; b)  $19.5^\circ$  ; c)  $28.1^\circ$  ; d)  $35.3^\circ$
19. 3.51 m
20.  $48.6^\circ$
21. a)  $81.89^\circ$  ; b)  $11.89^\circ$
22. a)  $86.3^\circ$  ; b)  $26.2 \times 10^6$
23. a) 2 V/m ; b) 0 ; c)  $\sqrt{2} \text{ V/m}$
24. a) 0 ; b) 2 V/m ; c)  $\sqrt{2} \text{ V/m}$

25.  $2d\cos\theta = n\lambda \rightarrow$  màxim,  $2d\cos\theta = (n+1/2)\lambda \rightarrow$  mínim.

26.  $4.4 \times 10^{14}$  Hz

27.  $1.27 \times 10^{16}$  fotons/s

28. a) 15 mJ; b)  $5.24 \times 10^{16}$  fotons