

Cognoms i Nom:

Codi

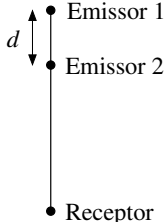
Examen parcial de Física - ONES
8 de Gener del 2013

Model A

Qüestions: 50% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerclau-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

- T1)** Una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada es propaga pel buit en el sentit negatiu de l'eix de les X . Si el camp magnètic en un punt de l'espai és $2\hat{j}\mu\text{T}$, en aquest punt i en el mateix instant, el camp elèctric és
- a) $600\hat{k}\text{V/m}$ b) $600\hat{i}\text{V/m}$ c) $-600\hat{i}\text{V/m}$ d) $-600\hat{k}\text{V/m}$
- T2)** En una ona electromagnètica harmònica que es propaga pel buit, quina relació hi ha entre la densitat mitjana d'energia elèctrica i la densitat mitjana d'energia magnètica?
- a) Són independents l'una de l'altra.
b) La densitat d'energia elèctrica és més petita que la magnètica.
c) Són iguals.
d) La densitat d'energia elèctrica és més gran que la magnètica.
- T3)** La longitud d'ona de la llum vermella d'un làser a l'aire és de 630 nm. Quant valen la longitud d'ona i la freqüència quan aquesta llum entra en una fibra òptica d'índex de refracció $n = 1.5$?
- a) 630 nm i $3.17 \cdot 10^{14}$ Hz b) 420 nm i $3.17 \cdot 10^{14}$ Hz
c) 420 nm i $4.76 \cdot 10^{14}$ Hz d) 630 nm i $4.76 \cdot 10^{14}$ Hz
- T4)** Disposem de dos emissors d'ultrasons alineats amb un receptor connectat a un oscil·loscopi. Els dos emissors emeten en fase ultrasons de 34 kHz i estan separats una distància d variable. Sabent que la velocitat del so és de 340 m/s, per a quina de les següents distàncies d serà mínima l'amplitud del senyal a l'oscil·loscopi
- 
- a) 15.25 cm b) 15 cm
c) 16 cm d) 15.5 cm
- T5)** Un satèl·lit emet ones electromagnètiques linealment polaritzades. La potència mitjana d'emissió és de 12 kW, que es reparteix sobre una zona de la Terra de superfície $9 \cdot 10^6 \text{ km}^2$, on és vàlida l'aproximació d'ones planes. Quant valen els camps elèctric i magnètic màxims dels senyals rebuts? ($\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$).
- a) 0.001 V/m, $3.3 \cdot 10^{-12} \text{ T}$ b) 0.001 V/m, $2.04 \cdot 10^{-10} \text{ T}$
c) 0.0866 V/m, $2.89 \cdot 10^{-10} \text{ T}$ d) 0.0866 V/m, $2.59 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - ONES
8 de Gener del 2013

Model B

Qüestions: 50% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerclau-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

T1) Un satèl·lit emet ones electromagnètiques linealment polaritzades. La potència mitjana d'emissió és de 12 kW, que es reparteix sobre una zona de la Terra de superfície $9 \cdot 10^6 \text{ km}^2$, on és vàlida l'aproximació d'ones planes. Quant valen els camps elèctric i magnètic màxims dels senyals rebuts? ($\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$).

- a) 0.0866 V/m, $2.89 \cdot 10^{-10} \text{ T}$ b) 0.001 V/m, $3.3 \cdot 10^{-12} \text{ T}$
c) 0.001 V/m, $2.04 \cdot 10^{-10} \text{ T}$ d) 0.0866 V/m, $2.59 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

T2) La longitud d'ona de la llum vermella d'un làser a l'aire és de 630 nm. Quant valen la longitud d'ona i la freqüència quan aquesta llum entra en una fibra òptica d'índex de refracció $n = 1.5$?

- a) 420 nm i $3.17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ b) 630 nm i $3.17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
c) 420 nm i $4.76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ d) 630 nm i $4.76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

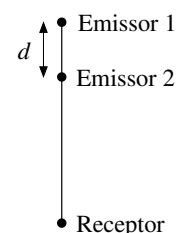
T3) En una ona electromagnètica harmònica que es propaga pel buit, quina relació hi ha entre la densitat mitjana d'energia elèctrica i la densitat mitjana d'energia magnètica?

- a) La densitat d'energia elèctrica és més gran que la magnètica.
b) La densitat d'energia elèctrica és més petita que la magnètica.
c) Són iguals.
d) Són independents l'una de l'altra.

T4) Una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada es propaga pel buit en el sentit negatiu de l'eix de les X . Si el camp magnètic en un punt de l'espai és $2\hat{j} \mu\text{T}$, en aquest punt i en el mateix instant, el camp elèctric és

- a) $-600 \hat{k} \text{ V/m}$ b) $600 \hat{k} \text{ V/m}$ c) $600 \hat{i} \text{ V/m}$ d) $-600 \hat{i} \text{ V/m}$

T5) Disposem de dos emissors d'ultrasons alineats amb un receptor connectat a un oscil·loscopi. Els dos emissors emeten en fase ultrasons de 34 kHz i estan separats una distància d variable. Sabent que la velocitat del so és de 340 m/s, per a quina de les següents distàncies d serà mínima l'amplitud del senyal a l'oscil·loscopi



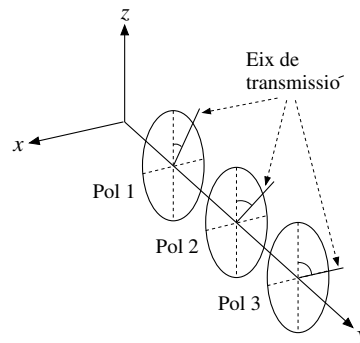
- a) 15.5 cm b) 16 cm
c) 15.25 cm d) 15 cm

Examen parcial de Física - ONES
8 de Gener del 2013

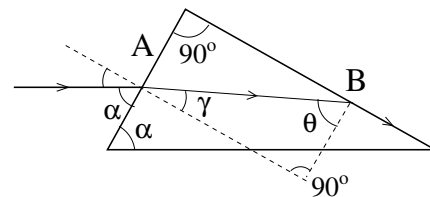
Problema: 50% de l'examen

Un làser d'heli-neó emet un feix de llum de longitud d'ona $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ amb una potència mitjana $P = 4 \text{ mW}$, essent la secció recta del feix $A = 0.25 \text{ mm}^2$. La llum del làser viatja en la direcció positiva de l'eix de les Y i està polaritzada segons l'eix Z .

- a) Quina és l'energia dels fotons emesos pel làser? Quants fotons per segon emet? (2p)
- b) Assumint que l'aproximació d'ones planes harmòniques és vàlida dins del feix i que la fase inicial és zero, determineu el valor de l'amplitud del camp elèctric i del camp magnètic de l'ona electromagnètica. Trobeu també el seu període, freqüència angular i nombre d'ones. Escriviu l'expressió del camp elèctric i del camp magnètic d'aquesta ona. (4p)
- c) Fem passar la llum del làser per un sistema format per tres polaritzadors, tots ells paral·lels al pla XZ . Si l'eix de transmissió del primer fa un angle de 30° amb l'eix Z , el del segon fa un angle de 30° amb el del primer, i el del tercer un angle de 30° amb el del segon, quina és la intensitat de la llum emergent? I si intercanviem el tercer polaritzador amb el primer? (2p)



- d) A continuació treiem els polaritzadors i fem que el raig del làser incideix horitzontalment sobre un prisma triangular que té un angle recte i un altre formant un angle α , tal com s'indica a la figura. Sabent que el prisma està fet d'un vidre amb índex de refracció $n = 1.3$, trobeu el valor de l'angle α a partir del qual un observador situat a l'altra banda (cara B) no observaria llum emergent. (2p)



Dades: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL

Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	a	b
T2)	c	c
T3)	c	c
T4)	d	b
T5)	a	a

Resolució del Model A

- T1)** Amb l'ona propagant-se en el sentit negatiu de l'eix x , i el camp magnètic en el sentit positiu de l'eix y , segons la regla de la ma dreta l'amplitud del camp elèctric anirà en el sentit positiu de l'eix z . El mòdul del camp elèctric ve donat per la relació $E = cB = (3 \cdot 10^8)(2 \cdot 10^{-6}) = 600$, i per tant $\vec{E} = 600 \hat{k}$ V/m.
- T2)** Sabem que són iguals al ser $\eta_E = \epsilon_0 E_0^2/2$ i $\eta_B = B_0^2/2\mu_0$, tot tenint present que $B_0 = E_0/c$ i $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.
- T3)** Sabem que al canviar de medi, la llum manté la seva freqüència però varia la velocitat de propagació. Per tant, la freqüència que té un cop dins de la fibra òptica és la mateixa que té al propagar-se per l'aire, $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8/(630 \cdot 10^{-9}) = 4.76 \cdot 10^{14}$ Hz. En canvi, la longitud d'ona dins del medi ve donada per la relació $\lambda = v/f = (c/f)(v/c) \equiv \lambda_0/n$, essent λ_0 la longitud d'ona a l'aire. Així doncs $\lambda = 630 \cdot 10^{-9}/(3 \cdot 10^8) = 420$ nm.
- T4)** Si s'observa a la pantalla de l'oscil·loscopi un mínim d'amplitud és perquè les ones emeses interfereixen destructivament. Això només passa quan la distància que separa els dos centres emissors és igual a un nombre semi-senar de longituds d'ona, és a dir, quan $d = (2n + 1)\lambda/2$, on n és un nombre enter i λ la longitud d'ona. Al cas present ens donen la freqüència i la velocitat de propagació de les ones, de forma que $\lambda = v/f = 340/340000 = 0.01$ m. Amb les respostes donades, això només passa pel cas de 15.5 cm.
- T5)** La intensitat que arriba a l'esmentada zona de la Terra és $I = P/S$ amb $P = 12$ kW i $S = 9 \cdot 10^6$ km² = $9 \cdot 10^{12}$ m². Per altra banda $I = c(\epsilon_0 E_0^2/2)$ i per tant, igualant les dues expressions, obtenim el valor màxim del camp elèctric $E_0 = \sqrt{2P/(c\epsilon_0 S)} = \sqrt{(2 \cdot 12000)/((3 \cdot 10^8)(8.85 \cdot 10^{-12})(9 \cdot 10^{12}))} = 0.001$ V/m. A partir d'aquest resultat trobem el valor màxim del camp magnètic $B_0 = E_0/c = 0.001/3 \cdot 10^8 = 3.3 \cdot 10^{-12}$ T.

Resolució del Problema

- a) L'energia dels fotons que constitueixen el feix de llum del làser és $\epsilon = hf$, on h és la constant de Planck i f la freqüència de la radiació. Sabent la longitud d'ona λ , trobem la freqüència $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8 / (632.8 \cdot 10^{-9}) = 4.74 \cdot 10^{14}$ Hz, i per tant $\epsilon = hf = (6.626 \cdot 10^{-34})(4.74 \cdot 10^{14}) = 3.14 \cdot 10^{-19}$ J.

Per altra banda, la potència d'emissió del làser és $P = n\epsilon$, on n és el número de fotons emesos per unitat de temps. Així doncs $n = P/\epsilon = 0.004 / (3.14 \cdot 10^{-19}) = 1.27 \cdot 10^{16}$.

- b) Coneixent la potència d'emissió del làser i la secció del feix podem trobar la seva intensitat $I_0 = P/S = 0.004 / (0.25 \cdot 10^{-6}) = 16 \cdot 10^3$ W/m². Tenint present que $I_0 = c\eta$, on $\eta = \epsilon_0 E_0^2 / 2$ és la densitat mitja d'energia que transporta l'ona, obtenim que l'amplitud del camp elèctric és $E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c\epsilon_0}} = \sqrt{2 \cdot (16 \cdot 10^3) / ((3 \cdot 10^8)(8.85 \cdot 10^{-12}))} = 3473.3$ N/C. A partir d'aquí, l'amplitud del camp magnètic es troba directament com $B_0 = E_0/c = 3473.3 / (3 \cdot 10^8) = 1.158 \cdot 10^{-5}$ T.

A partir del valor de la longitud d'ona obtenim el nombre d'ones $k = 2\pi/\lambda = 2\pi / (632.8 \cdot 10^{-9}) = 9.93 \cdot 10^6$ m⁻¹. La freqüència angular s'obté a partir de la freqüència f com $\omega = 2\pi f = 2\pi(4.74 \cdot 10^{14}) = 2.98 \cdot 10^{15}$ rad/s, i el període és l'invers de la freqüència, $T = 1/f = 1 / (4.74 \cdot 10^{14}) = 2.11 \cdot 10^{-15}$ s.

Finalment podem escriure l'expressió del camp elèctric i del camp magnètic

$$\vec{E}(y, t) = \vec{E}_0 \sin(ky - \omega t) \quad , \quad \vec{B}(y, t) = \vec{B}_0 \sin(ky - \omega t)$$

on el signe *menys* és degut a que l'ona es propaga segons el sentit positiu de l'eix Y . D'altra banda, $\vec{E}_0 = 3473.3\hat{k}$ N/C tenint present que el feix està polaritzat segons la direcció de l'eix Z . Finalment, amb l'ona propagant-se cap a les y positives i el camp elèctric polaritzat segons l'eix Z , el vector amplitud del camp magnètic es situa sobre a l'eix X , amb sentit cap als valors positius. Així doncs $\vec{B}_0 = 1.158 \cdot 10^{-5}\hat{i}$ T. Amb tota aquesta informació podem escriure finalment

$$\vec{E}(y, t) = 3473.3\hat{k} \sin(9.93 \cdot 10^6 y - 2.98 \cdot 10^{15} t) \text{ N/C} \quad ,$$

$$\vec{B}(y, t) = 1.158 \cdot 10^{-5}\hat{i} \sin(9.93 \cdot 10^6 y - 2.98 \cdot 10^{15} t) \text{ T} \quad .$$

- b) La llei de Malus ens diu que si una ona linealment polaritzada d'intensitat I_0 incideix sobre un polaritzador amb el seu eix de transmissió formant un angle θ amb l'eix de polarització de l'ona, la intensitat resultant que surt del polaritzador és $I = I_0 \cos^2 \theta$. En el primer cas i amb la descripció de l'enunciat, l'eix de transmissió del primer polaritzador forma un angle de 30° amb l'eix de polarització de l'ona, l'eix de transmissió del segon polaritzador fa un angle de 30° amb el del primer polaritzador, i l'eix del darrer fa també un angle de 30° amb el del segon. Així doncs, aplicant la llei de Malus successivament, obtenim $I = I_0 (\cos^2 30^\circ)^3$. Abans hem vist que $I_0 = 16 \cdot 10^3$ W/m², i per tant $I = 16 \cdot 10^3 (3/4)^3 = 6.75 \cdot 10^3$ W/m².

En el segon cas, al intercanviar el tercer polaritzador amb el primer, l'angle format per l'eix de polarització de la llum incident i l'angle de transmissió del (ara) primer polaritzador és $\theta = 90^\circ$, i per tant la intensitat de llum emergent d'aquest polaritzador és $I = I_0 \cos^2 90 = 0$ W/m², de forma que la intensitat total emergent del sistema també es zero.

- c) Per tal que un observador situat al costat B del prisma no vegi llum emergent, cal que l'angle θ de la figura de l'enunciat sigui igual o superior a l'angle crític corresponent a la superfície de separació entre el vidre del prisma i l'aire. El seu valor es pot determinar ja que coneixem l'índex de refracció del vidre

$$n \sin \theta = 1 \sin 90 \quad \rightarrow \quad \theta = \sin^{-1} \frac{1}{1.3} = 50^{\circ}28 .$$

Del mateix dibuix de l'enunciat veiem que $\gamma = 90^{\circ} - \theta = 39^{\circ}71$, corresponent a l'angle de refracció del feix de llum incident sobre la superfície A del prisma. També es veu del dibuix que l'angle d'incidència d'aquest raig sobre la cara A del prisma és precisament $90^{\circ} - \alpha$, i per tant, a partir de la llei de Snell

$$1 \sin(90^{\circ} - \alpha) = 1.3 \sin 39^{\circ}71 \quad \rightarrow \quad \alpha = 90^{\circ} - \sin^{-1}(1.3 \sin 39^{\circ}71) = 33^{\circ}83 .$$