

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN
28 d'Abril del 2014

Model A

Qüestions: 50% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

T1) L'interfície de transmissió de dades *Thunderbolt* d'Apple té una velocitat de transmissió de 20 Gbits per segon (20 Gigabauds). Quina es la durada mínima τ d'un pols quadrat que es pot transmetre per un cable *Thunderbolt*?

- a) $2.5 \cdot 10^{-11}$ s. b) $5 \cdot 10^{-11}$ s. c) 10^{-11} s. d) $1.25 \cdot 10^{-11}$ s.

T2) Un circuit de corrent altern consumeix una potència real $P = 500$ W, i té un factor de potència $\cos \varphi = 0.5$. Quina és la seva potència reactiva?

- a) $Q = 1732.06$ VA. b) $Q = 422.02$ VA. c) $Q = 866.03$ VA. d) $Q = 216.51$ VA.

T3) Un condensador de capacitat C originalment descarregat es connecta en sèrie a una resistència $R = 175 \Omega$ i a una bateria de fem $\epsilon = 200$ V. Un temps $t = 10 \mu\text{s}$ després de tancar el circuit, el condensador s'ha carregat fins a un 90% de la seva càrrega en el règim estacionari. Qual val la capacitat C del condensador?

- a) $C = 30.28$ nF. b) $C = 14.47$ nF. c) $C = 24.82$ nF. d) $C = 16.14$ nF.

T4) Un circuit RLC treballa a la seva freqüència de ressonància, connectat a una font de tensió alterna de valor eficaç $V_{ef} = 120$ V, i dissipa una potència activa $P = 150$ W. Quin es el valor de la seva resistència R ?

- a) $R = 154 \Omega$. b) $R = 96 \Omega$. c) $R = 48 \Omega$. d) $R = 192 \Omega$.

T5) Un circuit RLC de corrent altern te una reactància capacitiva $X_C = 200 \Omega$ i una reactància inductiva $X_L = 150 \Omega$. Quin d'aquests enunciats és correcte?

- a) La tensió avança al corrent.
b) No podem saber si el corrent s'avança o es retarda respecte a la tensió ja que no sabem la freqüència de treball del circuit.
c) El corrent i la tensió van en fase.
d) El corrent avança a la tensió.

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN
28 d'Abril del 2014

Model B

Qüestions: 50% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerclau-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

T1) Un circuit RLC treballa a la seva freqüència de ressonància, connectat a una font de tensió alterna de valor eficaç $V_{ef} = 120 \text{ V}$, i dissipa una potència activa $P = 150 \text{ W}$. Quin es el valor de la seva resistència R ?

- a) $R = 48 \Omega$. b) $R = 192 \Omega$. c) $R = 96 \Omega$. d) $R = 154 \Omega$.

T2) Un condensador de capacitat C originalment descarregat es connecta en sèrie a una resistència $R = 175 \Omega$ i a una bateria de fem $\epsilon = 200 \text{ V}$. Un temps $t = 10 \mu\text{s}$ després de tancar el circuit, el condensador s'ha carregat fins a un 90% de la seva càrrega en el règim estacionari. Qual val la capacitat C del condensador?

- a) $C = 24.82 \text{ nF}$. b) $C = 14.47 \text{ nF}$. c) $C = 30.28 \text{ nF}$. d) $C = 16.14 \text{ nF}$.

T3) Un circuit de corrent altern consumeix una potència real $P = 500 \text{ W}$, i té un factor de potència $\cos \varphi = 0.5$. Quina és la seva potència reactiva?

- a) $Q = 216.51 \text{ VA}$. b) $Q = 422.02 \text{ VA}$. c) $Q = 1732.06 \text{ VA}$. d) $Q = 866.03 \text{ VA}$.

T4) Un circuit RLC de corrent altern te una reactància capacitiva $X_C = 200 \Omega$ i una reactància inductiva $X_L = 150 \Omega$. Quin d'aquests enunciats és correcte?

- a) La tensió avança al corrent.
b) No podem saber si el corrent s'avança o es retarda respecte a la tensió ja que no sabem la freqüència de treball del circuit.
c) El corrent avança a la tensió.
d) El corrent i la tensió van en fase.

T5) L'interfície de transmissió de dades *Thunderbolt* d'Apple té una velocitat de transmissió de 20 Gbits per segon (20 Gigabauds). Quina es la durada mínima τ d'un pols quadrat que es pot transmetre per un cable *Thunderbolt*?

- a) $1.25 \cdot 10^{-11} \text{ s}$. b) 10^{-11} s . c) $5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$. d) $2.5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.

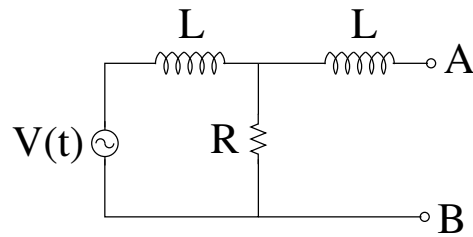
Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN
28 d'Abril del 2014

Problema: 50% de l'examen

El generador del circuit de la figura subministra una tensió alterna $V(t) = 220\sqrt{2}V \sin(100\pi t)$. Els elements prenen de valors $R = 100\ \Omega$ i $L = 318.3\ \text{mH}$.



- Determineu la impedància de les bobines i de la resistència. Trobeu l'equivalent Thévenin entre els punts A i B. (4p)
- Determineu la potència mitjana que es dissiparia a una resistència $R' = 30\ \Omega$ connectada entre els punts A i B. Tot mantenint R' connectada, quin element s'ha d'afegir en sèrie per tal de fer que el circuit es trobi en ressonància? Quin valor té aquest element? (4p)
- Quin element pur hem de connectar entre A i B per tal de fer que la intensitat es retardi 45° respecte a la tensió $V(t)$? Quin és el seu valor? (2p)

RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL

Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	a	c
T2)	c	a
T3)	c	d
T4)	b	c
T5)	d	d

Resolució del Model A

- T1)** La velocitat de transmissió es relaciona amb la durada del pols mitjançant l'expressió $v = 1/(2\tau)$. D'aquí trobem $v = 1/[2(20 \cdot 10^9)] = 2.5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.
- T2)** La potència activa ve donada per $P = I_{ef}V_{ef} \cos \varphi$, mentre que la potència reactiva és $Q = V_{ef}I_{ef} \sin \varphi$. D'aquí obtenim que $Q/P = \tan \varphi = \sin \varphi / \cos \varphi$. Com que $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, resulta $\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - (1/2)^2} = \sqrt{3}/2$. Així doncs $\tan \varphi = (\sqrt{3}/2)/(1/2) = \sqrt{3}$, i per tant $Q = P \tan \varphi = 866.03 \text{ VA}$.
- T3)** Després del temps t , la càrrega del condensador es $Q(t) = Q_{\infty}(1 - e^{-t/\tau_C})$, on Q_{∞} és la càrrega al règim estacionari. En el nostre cas ens diuen que $Q(t) = 0.9 Q_{\infty}$. D'aquí trobem $e^{-t/\tau_C} = 0.1$ i, prenent logaritmes a tots dos costats, $t/\tau_C = -\ln 0.1$. Es a dir, $\tau_C = -t/\ln 0.1 = -10 \cdot 10^{-6}/\ln 0.1 = 4.3429 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Com que $\tau_C = RC$, trobem $C = \tau_C/R = 4.3429 \cdot 10^{-6}/100 = 2.482 \cdot 10^{-8} = 24.82 \text{ nF}$.
- T4)** Si el circuit treballa en ressonància, la seva impedància és purament real, i la potència activa que dissipa es $P = V_{ef}^2/R$. D'aquí trobem $R = V_{ef}^2/P = 120^2/150 = 96 \Omega$.
- T5)** La reactància total del circuit és $X = X_L - X_C = 150 - 200 = -50\Omega$. Com X és negativa, l'angle φ de la impedància és negatiu, i com que la llei d'Ohm diu que $V = ZI$, la fase de la tensió és igual a la del corrent més la de la impedància (negativa), per tant la tensió té fase menor que el corrent. Es a dir, el corrent avança a la tensió.

Resolució del Problema

- a) La reactància inductiva és $X_L = L\omega = 318.3 \times 10^{-3} H \cdot 100\pi = 100\Omega$, i per tant la impedància de les bobines és $Z_L = 100j\Omega$. D'altra banda la impedància de la resistència és directament $Z_R = R = 100\Omega$.

A continuació trobem l'equivalent de Thévenin del circuit entre els punts A i B. La impedància de Thévenin és igual a la impedància equivalent del circuit entre els punts A i B un cop hem substituït les fonts de tensió per fils conductors. En el nostre cas observem que Z_{Th} és igual a l'associació en sèrie de Z_L (corresponent a la bobina més propera al punt A) amb l'associació en paral·lel de l'altra Z_L amb R . Aquest paral·lel dona

$$\frac{1}{Z_{||}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{R} = \frac{1}{100j} + \frac{1}{100} = \frac{1+j}{100j} \rightarrow Z_{||} = 50 + 50j\Omega,$$

i per tant, afegint la Z_L de la darrera bobina

$$Z_{Th} = (50 + 50j) + 100j = 50 + 150j\Omega = 158.11|_{71.56^\circ}\Omega.$$

Anem a trobar ara la *fem* de Thévenin. Primer de tot escrivim el fasor de tensió corresponent a $V(t)$, $V = 220|_{0^\circ}\text{V}$. La *fem* de Thévenin és igual a la diferència de potencial entre els terminals A i B en circuit obert. Per tant, en el nostre cas és igual a la tensió que cau a la resistència R . Per trobar aquesta tensió determinem primer el corrent que circula per la única malla del circuit

$$I = \frac{V}{Z_L + R} = \frac{220\sqrt{2}|_{0^\circ}}{100 + 100j} = \frac{220\sqrt{2}|_{0^\circ}}{100\sqrt{2}|_{45^\circ}} = 2.2|_{-45^\circ}\text{A},$$

de forma que finalment resulta

$$V_{Th} = V_A - V_B = RI = 100 \cdot 2.2|_{-45^\circ} = 220|_{-45^\circ}\text{V}.$$

- b) Afegim una resistència R' entre els punts A i B. Per trobar la potència que dissipa només cal obtenir la intensitat que passa a través seu, la qual cosa es pot trobar fent servir l'equivalent de Thévenin de l'apartat anterior. Si substituïm tot el circuit pel seu Thévenin, i afegim R' entre A i B, resulta un circuit d'una única malla on V_{Th} , Z_{Th} i R es troben connectats en sèrie. Així doncs, el corrent que circula per aquesta malla és

$$I = \frac{V_{Th}}{Z_{Th} + R'} = \frac{220|_{-45^\circ}}{(50 + 150j) + 30} = \frac{220|_{-45^\circ}}{80 + 150j} = \frac{220|_{-45^\circ}}{170|_{61.93^\circ}} = 1.295|_{-106.93^\circ}\text{A},$$

de forma que la potència que dissipa R' és

$$P_{R'} = I_{ef}^2 R' = \left(\frac{1.295}{\sqrt{2}}\right)^2 30 = 25.148\text{W}.$$

Finalment ens demanen trobar l'element (i el seu valor) que fa que el circuit es trobi en resonància. Per tal d'assolir aquesta condició, cal que la part imaginària de la

impedància equivalent sigui zero. Com que R' no té part imaginària, el que cal fer es compensar la part imaginària de Z_{th} , és a dir, cal afegir en sèrie una impedància de valor $Z' = -150j \Omega$, i per tant l'element pur que cerquem és un condensador. D'aquí veiem que $X_C = 1/(C\omega) = 150$, i per tant

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{(100\pi)150} = 21.22 \mu\text{F} .$$

- c) Ara es connecta entre A i B un nou element pur que fa que la intensitat es retardi 45° graus respecte a la tensió. Com que aquesta pren per valor $V = 220\sqrt{2}_{|0^\circ}$, el corrent haurà de tenir una fase de -45° . D'altra banda, com que la tensió de Thévenin ja té una fase de -45° , ens cal connectar un element entre els extrems A i B del Thévenin que faci que la impedància resultant tingui fase 0° , es a dir, ens cal cancel·lar la part imaginària de Z_{Th} . Això vol dir que $Z_1 = -150j \Omega$ i per tant es tracta d'un condensador de valor $C_1 = 21.221 \mu\text{F}$ (el càlcul és el mateix d'abans).